

ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH FUNGSI INVERS BERDASARKAN TAHAPAN POLYA

Saiful Anwar^{1,a)}, Khalisa Naura Imanda^{2,b)}, Ulin Liulinuha^{3,c)}, Sukoriyanto^{4,d)},
Indriati Nurul Hidayah^{5,e)}

^{1,2,3,4,5)} FMIPA, Universitas Negeri Malang

^{a)}saiful.anwar200311@students.um.ac.id

^{b)}khalisa.naura.2003118@students.um.ac.id

^{c)}ulin.liulinuha.2003118@students.um.ac.id

^{d)}sukoriyanto.fmipa@um.ac.id

^{e)}indriati.nurul.fmipa@um.ac.id

ABSTRAK

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menganalisis kesalahan yang dialami mahasiswa dalam menyelesaikan masalah fungsi invers berdasarkan tahapan polya. Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif. Subjek pada penelitian ini terdiri dari tiga mahasiswa offering A 2021/2022 S1 pendidikan matematika Universitas Negeri Malang. Subjek penelitian dipilih berdasarkan tingkat keaktifan mahasiswa dalam kegiatan pembelajaran luring. Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah tes tulis dan wawancara. Tes Tulis yang diberikan berupa dua soal uraian mengenai fungsi invers. Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa dengan keaktifan tinggi (M-1), sedang (M-2) dan rendah (M-3), dapat memahami masalah satu dan dua. Namun terdapat perbedaan pada tahapan merencanakan dan menyelesaikan masalah, dimana mahasiswa dengan tingkat keaktifan rendah (M-3) mampu merencanakan dan menyelesaikan masalah satu dan dua, sedangkan mahasiswa dengan tingkat keaktifan tinggi (M-1) dan sedang (M-2) hanya mampu merencanakan dan menyelesaikan masalah satu. .

Kata Kunci : Analisis Kesalahan, Soal Uraian, Fungsi Invers

PENDAHULUAN

Matematika dikenal sebagai salah satu masalah yang paling signifikan dalam kehidupan individu. Siswa membutuhkan matematika ketika mereka lulus dari sekolah atau ketika mereka mulai bekerja [1]. Untuk itu, pembelajaran matematika yang diterapkan di sekolah harus lebih bermakna agar siswa lebih aktif dan mengerti tentang mata pelajaran yang diajarkan [2]. Matematika bukan hanya sekedar ilmu hitung menghitung, tetapi juga dapat digunakan untuk membuktikan kebenaran ide dan memecahkan masalah dengan melalui cara berpikir yang logis dan terstruktur. Keterampilan mengerjakan soal matematika yang sesuai sangat diperlukan dalam mempelajari bidang studi lain [3]. Tercapainya keberhasilan pembelajaran matematika dalam perguruan tinggi dapat diukur dari kemampuan mahasiswa dalam memahami, mendalami dan mengaplikasikan ilmunya dalam menyelesaikan masalah yang ada. Akan tetapi hal ini berbanding terbalik dengan penemuan di lapangan terkait keterampilan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah terutama terkait masalah fungsi invers yang masih ditemui beberapa kesalahan.

Kesalahan dalam matematika merupakan penyimpangan solusi yang tepat dari suatu masalah, baik secara konsep maupun prosedur penyelesaian [4]. Roselizawati mengungkapkan kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa terjadi karena mahasiswa tidak memperhatikan dengan baik penjelasan dosennya di kelas [5]. Selain itu Dirgantoro, Saragih, & Listiani [6], juga menjelaskan bahwa hal yang dapat menjadi penyebab terjadinya kesalahan yaitu kurangnya pemahaman mahasiswa akan materi pokok atau bahkan materi prasyarat, kurangnya penguasaan siswa dalam bahasa atau simbol matematika, siswa keliru dalam menafsirkan atau menggunakan rumus, siswa salah atau kurang teliti dalam perhitungan, siswa lupa konsep, cara mengajar guru yang kurang mendukung pemahaman atas materi atau konsep yang diajarkan, serta guru kurang memperhatikan siswa dalam belajar.

Menurut Polya [7] masalah dalam matematika dikelompokkan dalam dua jenis yaitu (1) *problem to find* yaitu soal mencari dan (2) *problem to prove* yaitu soal membuktikan. Setiap masalah matematika memiliki penyelesaian, langkah – langkah yang tepat dalam menyelesaikan suatu masalah merupakan salah satu faktor keberhasilan siswa mendapatkan hasil yang maksimal. Menurut Polya [7] pemecahan masalah matematika terdiri dari empat langkah penyelesaian yaitu (1) memahami masalah, (2) membuat rencana, (3) melaksanakan rencana, dan (4) memeriksa kembali jawaban.

Kesalahan-kesalahan mahasiswa sudah selayaknya untuk diidentifikasi, terutama pada soal yang presentase kesalahannya paling banyak. Menurut beberapa studi yang relevan, disimpulkan bahwa siswa sering mengalami kesalahan konsep dalam mempelajari konsep fungsi invers ([8]; [9]). Penyebab kesalahan tersebut berdasarkan kenyataan bahwa konsep fungsi invers umumnya diajarkan berdasarkan hafalan dan aturan rutin [10]. Penelitian lain yang dilakukan oleh Kolins, A. Y., dkk menyatakan bahwa kesalahan penyelesaian pada soal fungsi invers terdapat pada kesalahan penggunaan data, kesalahan interpretasi bahasa dan kesalahan teknis [11].

Berdasarkan latar belakang di atas peneliti merasa perlu untuk menggali lebih dalam mengenai kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa pendidikan matematika dalam menyelesaikan soal fungsi invers. Selain itu, akan dideskripsikan setiap poin kesalahan yang dialami mahasiswa pendidikan matematika dalam menyelesaikan soal fungsi invers.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif. Dalam penelitian ini akan dideskripsikan mengenai kesalahan apa saja yang dilakukan mahasiswa pendidikan matematika dalam menyelesaikan soal-soal Fungsi Invers. Penelitian ini dilaksanakan di Universitas Negeri Malang. Penelitian dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2021/2022. Subjek pada penelitian ini terdiri dari tiga mahasiswa offering A 2021/2022 S1 pendidikan matematika Universitas Negeri Malang. Subjek penelitian dipilih berdasarkan tingkat keaktifan mahasiswa dalam mengikuti empat kali kegiatan pembelajaran yang dilakukan secara daring. Secara umum berdasarkan hasil analisa pekerjaan 29 Mahasiswa pada matakuliah Pengantar Aljabar materi fungsi invers dan indikator keaktifan mahasiswa menurut Sudjana yaitu (1) siswa ikut serta dalam melaksanakan tugas; (2) aktif mengajukan pertanyaan apabila tidak dimengerti baik bertanya kepada guru maupun teman; (3) ikut melaksanakan diskusi, akan dipilih 3 mahasiswa sebagai subjek penelitian dengan kategori mahasiswa dengan keaktifan tinggi yaitu subjek M-1, mahasiswa dengan keaktifan sedang yaitu subjek M-2 dan

mahasiswa dengan keaktifan rendah (pasif) yaitu subjek M-3. Pada Tabel 1 berikut disajikan data berdasarkan indikator tingkat keaktifan mahasiswa [12].

Tabel 1. Deskripsi Keaktifan Mahasiswa

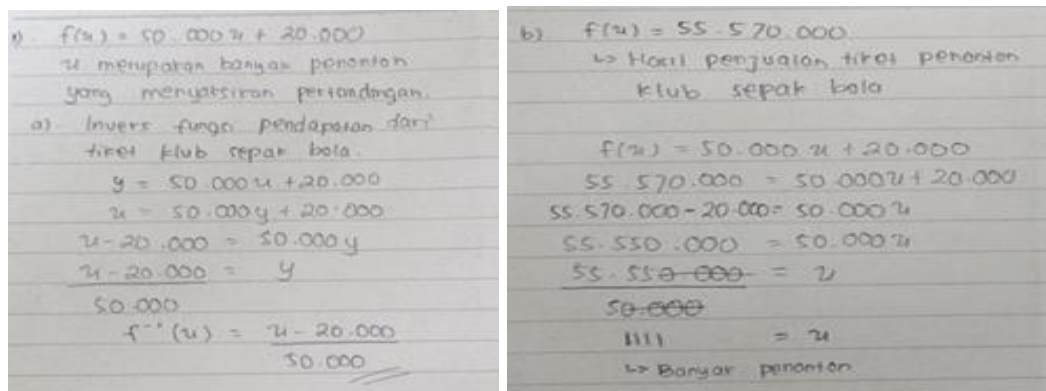
Indikator Keaktifan	Subjek		
	M-1	M-2	M-3
Mahasiswa ikut serta dalam melaksanakan tugas	√	√	√
Aktif mengajukan pertanyaan apabila tidak dimengerti baik bertanya kepada guru maupun teman	√		
Ikut melaksanakan diskusi	√	√	

Metode pengumpulan data pada penelitian ini melalui tes tulis dan wawancara. Soal terdiri dari dua soal uraian berdasarkan indikator pemecahan masalah siswa pada materi fungsi invers. Tipe soal uraian dipilih karena dapat digunakan untuk mengetahui bagaimana jalan berfikir mahasiswa. Teknik analisis data yang dilakukan dalam penelitian ini berdasarkan pada tahapan Sugiyono yaitu analisis data melalui reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan [13].

HASIL DAN PEMBAHASAN

1) Penjabaran Hasil Pekerjaan Subjek M-1 (Keaktifan Tinggi)

- **Soal Nomor 1 bagian A dan B**

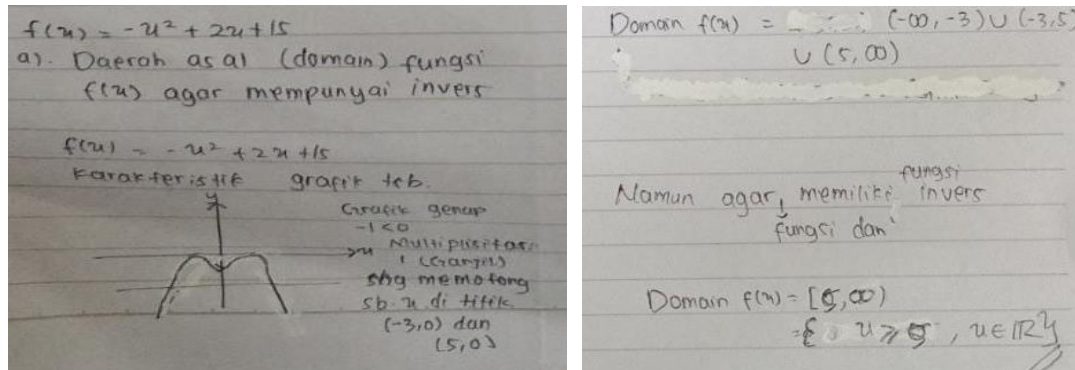


Gambar 1. Jawaban M-1 pada soal nomor 1

Berdasarkan Gambar 1 di atas, M-1 telah memenuhi keempat tahapan polya. M-1 dapat memahami dan menyelesaikan permasalahan pada soal dengan baik. Hal ini dapat dilihat dari hasil pekerjaan M-1 dan didukung oleh hasil wawancara yang telah dilakukan.

- **Soal Nomor 2 bagian A**

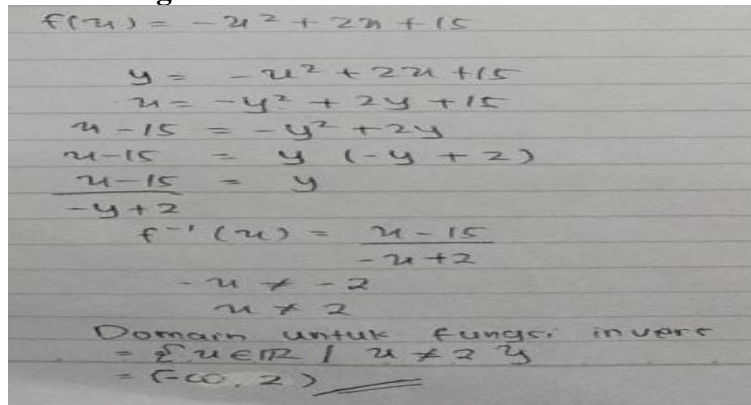
Pada soal nomor 2 bagian A, M-1 tidak dapat menjawab soal dengan benar. M-1 mengalami kesalahan ketika menggambar grafik fungsi yang diberikan. Ketika menggambar grafik, M-1 menggunakan konsep multiplisitas sehingga menyebabkan M-1 menjadi rancu ketika diminta menggambar fungsi kuadrat. Berdasarkan tahapan Polya, M-1 memahami masalah yang diberikan. Akan tetapi M-1 melakukan kesalahan pada tahap merencanakan masalah sehingga mengakibatkan M-1 juga melakukan kesalahan pada jawaban akhirnya.



Gambar 2. Jawaban M-1 pada soal nomor 2A

Berdasarkan Gambar 2 terlihat bahwa grafik fungsi $f(x) = -x^2 + 2x + 15$ yang digambarkan M-1 belum tepat sehingga mengakibatkan M-1 salah ketika menemukan domain pada fungsi tersebut. Saat merekstriksi domain agar menghasilkan invers yang juga merupakan fungsi, M-1 mengalami kesalahan karena M-1 terpacu pada grafik tersebut.

- **Soal Nomor 2 Bagian B**



Gambar 3. Jawaban M-1 pada soal nomor 2B

Pada gambar 3 terlihat bahwa M-1 hanya memenuhi tahapan pertama polya. dengan baik. Dalam tahap merencanakan masalah, M-1 dapat menjelaskan masalah dengan baik. Ketika di wawancarai M-1 mengerti bagaimana cara mencari invers fungsi akan tetapi pada saat mengaplikasikan pengetahuannya M-1 melakukan kesalahan. M-1 hanya terbiasa dengan bentuk fungsi $f(x) = ax^2$. Ketika diberikan fungsi dengan bentuk umum $f(x) = ax^2 + bx + c$ M-1 kesulitan. M-1 mengalami kesalahan konsep dalam mengganti variabel y pada penyebut menjadi x . Hal ini sejalan dengan pendapat Widodo [14] Mahasiswa yang melakukan kesalahan konsep mengakibatkan mereka tidak mampu menyelesaikan masalah pada tahap berikutnya.

2) Penjabaran Hasil Pekerjaan Subjek M-2 (Keaktifan Sedang)

• Soal Nomor 1 Bagian A dan B

① Diket : $\rightarrow f(x) = 50.000x + 20.000$

a) $f^{-1}(x) = \frac{x - 20000}{50.000}$

b) $f(x) = 55.570.000$
 $50.000x + 20.000 = 55.570.000$
 $50.000x = 55.550.000$
 $x = \frac{55.550.000}{50.000} = 1111$

penonton yg menyaksikan sebanyak 1111 orang

Gambar 4. Jawaban M-2 pada soal nomor 1

Berdasarkan gambar 4 terlihat bahwa M-2 sudah mampu menyelesaikan soal sesuai dengan 4 tahapan Polya dengan baik. Hal ini diperkuat dengan hasil wawancara yang menyatakan bahwa M-2 mampu memahami masalah yang diberikan dan tidak mengalami kesulitan dalam penyelesaiannya, Selain itu M-2 juga mampu menjelaskan kembali jawabannya dengan baik.

• Soal Nomor 2 Bagian A

② Diket : $\rightarrow f(x) = -x^2 + 2x + 15$

a) Domain agar punya fungsi invers untuk $f(x)$

Solusi : \rightarrow Grafik $f(x)$

\rightarrow bentuk $\Rightarrow \cap$

\rightarrow pembuat nol $\Rightarrow -x^2 + 2x + 15 = 0$
 $(-x - 3)(x - 5) = 0$
 $-x = 3 \quad \vee \quad x = 5$
 $x = -3$

\rightarrow intersec sumbu y $\Rightarrow f(0) = -(0)^2 + 2(0) + 15 = 15$

\therefore Domain $f(x)$ agar punya fungsi invers yaitu $D_f: [0, \infty)$

Gambar 5. Jawaban M-2 pada soal nomor 2A

Pada gambar 5 terlihat bahwa M-2 tidak mampu menjawab soal dengan benar. Gambar grafik yang disajikan belum sesuai dengan fungsi yang diberikan sehingga domain yang yang dituliskan belum tepat. Berdasarkan tahapan Polya M-2 hanya mampu memenuhi tahapan pertama. M-2 mampu memahami masalah dengan baik tetapi pada saat wawancara M-2 menyatakan masih bingung dalam mencari nilai inversnya dan lupa cara mencari titik puncak suatu fungsi.

• Soal Nomor 2 Bagian B

b) fungsi invers dari $f(x)$ yaitu $\pm\sqrt{x+15}$

$$\begin{aligned} &\rightarrow f(x) = -x^2 + 2x + 15 \\ &x - 15 - 2x = -x^2 \\ &-x - 15 = x^2 \end{aligned}$$

$$\pm\sqrt{x+15} = x$$

$$f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x+15}$$

\rightarrow Grafik fungsi invers

$\rightarrow f^{-1}(0) = \pm\sqrt{0+15}$
 $= \pm\sqrt{15}$
 $= \pm 3, \dots$

$\rightarrow x+15 \geq 0$
 $x \geq -15$

Domain $f^{-1}(x) : [-15, \infty)$ pada range $f^{-1}(x) : (-\infty, 0]$

Gambar 6. Jawaban M-2 pada soal nomor 2B

Berdasarkan gambar 6 terlihat bahwa M-2 hanya memenuhi tahapan pertama Polya dengan baik. Namun pada tahap perencanaan M-2 melakukan kesalahan, M-2 tidak menemukan invers fungsinya. M-2 mengalami kesalahan dimana seharusnya $f(x) = y$, akan tetapi M-2 menganggap bahwa $f(x) = x$ sehingga pada tahap melakukan rencana M-2 mengalami kesalahan. M-2 tidak dapat menggambar grafik dengan benar dikarenakan fungsi invers yang diperoleh salah sehingga domain fungsi invers salah. Hal ini sejalan dengan pendapat Widodo [14] Mahasiswa yang melakukan kesalahan konsep mengakibatkan mereka tidak mampu menyelesaikan masalah pada tahap berikutnya

3) Penjabaran hasil pekerjaan Subjek M-3 (Keaktifan Rendah)

• Soal Nomor 1

besar Pendapatan dan pendapatan trust Penonton

$$P(x) = 50.000x + 20.000$$

$x =$ banyak Penonton yang menyaksikan Pertandingan

a.

$$\begin{aligned} P(x) &= 50.000x + 20.000 \\ 50.000x &= y - 20.000 \\ 50.000x &= y - 20.000 \\ x &= \frac{y - 20.000}{50.000} \\ P^{-1}(x) &= \frac{x - 20.000}{50.000} \end{aligned}$$

Jadi invers fungsi Pendapatan dan pendapatan trust

$$P^{-1}(x) = \frac{x - 20.000}{50.000}$$

b.

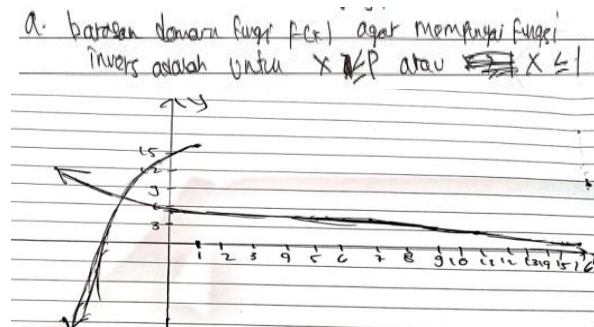
$$\begin{aligned} 50.000x + 20.000 &= 55.570.000 \\ 50.000x &= 55.550.000 \\ x &= \frac{55.550.000}{50.000} \\ x &= 1111 \end{aligned}$$

Jadi banyak Penonton yang menyaksikan Pertandingan tersebut sebanyak 1.111 Penonton

Gambar 7. Jawaban M-3 pada soal nomor 1

Berdasarkan gambar 7 terlihat bahwa M-3 sudah mampu menyelesaikan soal sesuai dengan 4 tahapan Polya dengan baik. Meskipun tidak menuliskan yang diketahui dan ditanyakan tetapi ketika proses wawancara M-3 tersebut mampu menjelaskan kembali jawabannya dengan baik dan rinci.

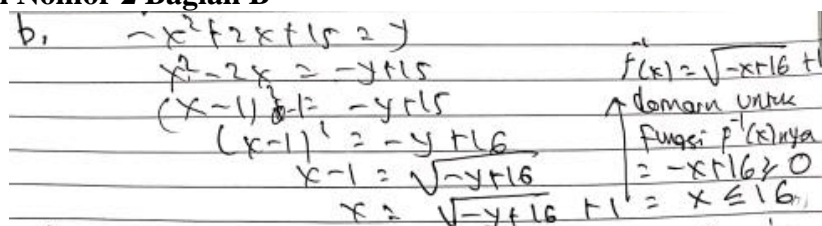
• **Soal Nomor 2 Bagian A**



Gambar 8. Jawaban M-3 pada soal nomor 2A

Berdasarkan gambar 8 terlihat bahwa M-3 mampu menyelesaikan soal sesuai dengan 3 tahapan Polya yaitu memahami masalah, membuat rencana dan melaksanakan rencana dengan baik, tetapi M-3 masih kurang teliti sehingga hasil yang diperoleh kurang tepat. Hal ini diperkuat melalui hasil wawancara yang menyatakan bahwa M-3 memahami konteks dari soal yang diberikan akan tetapi M-3 masih bingung pada penentuan batas domain dari fungsi $f(x)$ harus menggunakan $x \geq 1$ atau $x \leq 1$ agar inversnya juga fungsi..

• **Soal Nomor 2 Bagian B**



Gambar 9. Jawaban M-3 pada soal nomor 2B

Berdasarkan gambar 9 terlihat bahwa M-3 sudah mampu menyelesaikan soal sesuai dengan 4 tahapan Polya dengan baik. Ketika proses wawancara M-3 mampu menjelaskan cara menyelesaikan permasalahan tersebut dengan baik. Penjabaran data hasil pekerjaan M-1, M-2 dan M-3 berdasarkan tahapan Polya dideskripsikan pada Tabel. 2 berikut:

Tabel 2. Deskripsi Hasil Penelitian

Indikator Polya	Keaktifan baik (tinggi)				Keaktifan sedang				Keaktifan rendah (pasif).			
	Subjek M-1				Subjek M-2				Subjek M-3			
	1A	1B	2A	2B	1A	1B	2A	2B	1A	1B	2A	2B
Memahami masalah	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
Merencanakan penyelesaian masalah	√	√		√	√	√			√	√	√	√
Melaksanakan rencana penyelesaian masalah	√	√			√	√			√	√	√	√
Melihat kembali	√	√			√	√			√	√		√

KESIMPULAN DAN SARAN

Dari hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa secara umum mahasiswa memahami langkah-langkah penyelesaian menggunakan 4 tahapan Polya. Hanya saja terjadi kesalahan pemahaman konsep pada proses perencanaan yang mengakibatkan pada tahapan pelaksanaan rencana mahasiswa melakukan kesalahan. Selain itu juga terdapat kesalahan dalam tahapan pelaksanaan rencana yang diakibatkan oleh kurangnya ketelitian mahasiswa dalam mengerjakan.

Mahasiswa dengan tingkat keaktifan yang berbeda tidak dapat menunjukkan bagaimana kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Hal ini dibuktikan dari hasil analisis pada penelitian ini menyatakan bahwa mahasiswa dengan tingkat keaktifan yang tinggi dan sedang memiliki kemampuan menyelesaikan masalah yang hampir merata. Akan tetapi mahasiswa yang memiliki keaktifan yang kurang (pasif) memiliki kemampuan yang berada di atas mahasiswa dengan keaktifan yang tinggi dan sedang. Keaktifan mahasiswa dapat memberikan pengaruh yang optimal dalam meningkatkan kemampuan pemecahan masalah jika dikombinasikan dengan metode pembelajaran yang tepat. Hal tersebut sejalan dengan hasil penelitian Firdaus, E.F. [15] yang menyatakan bahwa keaktifan siswa dalam pembelajaran *probing prompting* mendukung untuk memfasilitasi pemecahan masalah matematika.

Dari hasil penelitian ini, peneliti menyampaikan saran sebagai berikut: Sebaiknya pendidik juga memberikan latihan soal yang bervariasi dan untuk penelitian selanjutnya dapat dikembangkan dengan materi yang lebih menyeluruh dan soal yang lebih bervariasi sehingga dapat menambah pengetahuan kita terkait kesalahan apa saja yang mungkin dialami mahasiswa dalam menyelesaikan soal yang diberikan.

DAFTAR RUJUKAN

- [1] Tok, S., & Keskin, A. (2012) *The Effect of Fast Draw Learning Strategy on The Academic Achievement and Attitudes Towards Mathematics*. International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education, 1(20).
- [2] Gunawan, M. S., Putri, R. I. I., & Zulkardi. (2017). *Learning Fractions Through Swimming Context for Elementary School Students*. Advances In Social Science, Education and Humanities Research 100.
- [3] Rosmayadi. (2018). *Analisis Kesalahan Penyelesaian Soal Aljabar Pada Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika Stkip Singkawang*. Journal Pendidikan Matematika, 12(1), 59-70
- [4] Young, R dan O'Shea, T. (1981). Errors in Children Subtraction Cognitive Science, 5(2): 152-177.
- [5] Roselizawati, Sarwadi, Masitah Shahrill. (2014). *Understanding Students Mathematical Errors and Misconceptions : The Case of Year 11 Repeating Students*. Mathematics Education Trends and Research2014 (2014) 1-10
- [6] Dirgantoro, K. P. S., Saragih, M. J., & Listiani, T. (2019). *Analisis kesalahan mahasiswa PGSD dalam menyelesaikan soal statistika penelitian pendidikan ditinjau dari prosedur Newman*. JOHME: Journal of Holistic Mathematics Education, 2(2), 83-96. <https://doi.org/10.19166/johme.v2i2.1203>
- [7] Polya, G. (1973). *How To Solve it: A New Aspect of Mathematical Method*. New Jersey, USA: Pricenton University Press.
- [8] Okur, M. (2013). *Learning difficulties experienced by students and their misconceptions of the invers function concept*. Academic Journals, 8(12), pp. 901-910

- [9] Carlson, M. & Oehrtman, M. (2005). *Research sampler 9: Key aspects of knowing and learning the concept of function*. Retrieved June 29, 2017, from The Mathematical Association of America Research Sampler, <http://www.maa.org/programs/faculty-and-departments/curriculum-department-guidelines-recommendations/teaching-and-learning/9-keyaspects-of-knowing-and-learning-the-concept-of-functi>
- [10] Wilson, F.C., Adamson, S., Cox, T. & O'Bryan, A. (2011). *Inverse Functions what our teachers didn't tell us*. *Mathematics Teacher*, 104, pp. 501-507.
- [11] Kolins, A. Y., dkk (2020) *Analisis Kesalahan Peserta Didik Dalam Menyelesaikan Soal Matematika Pada Fungsi Komposisi Dan Fungsi Invers*. *Jurnal : Department of Mathematics Education, UMP, Purwokerto, Indonesia. (Online)*
Tersedia: <http://jurnal.nasional.ump.ac.id/index.php/alphamath/>
- [12] Sudjana, N. (2010). *Cara Belajar Siswa Aktif dalam Proses Belajar Mengajar*. Bandung: Sinar Baru Algensindo.
- [13] Sugiyono. 2013. *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan Kombinasi*. Bandung: Alfabeta.
- [14] Widodo, S. A. 2013. *Analisis Kesalahan Dalam Pemecahan Masalah Divergensi Tipe Membuktikan Pada Mahasiswa Matematika*. *Jurnal Pendidikan dan Pengajaran*. 46(2), Hal 106 – 113
- [15] Firdaus, E.F. (2019). *Pengaruh Keaktifan Siswa dalam Pembelajaran Metode Probing Promting terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Materi Logika*. *Jurnal : Jurnal Edukasi dan Sains Matematika (JES-MAT)*