

PENGARUH PEMBERIAN DEFEK PADA SISI BAHAN TERHADAP PEMBENTUKAN VORTEKS BERDASARKAN MODEL TDGL

Prawitasari^{1,*}, Radiktyo Permono¹, Hari Widodo¹

¹Jurusan Fisika, FMIPA, Universitas Negeri Malang, Alamat, Jl Gombang O.6 Malang, 65145, Indonesia

*Email: prawita2233@gmail.com

Abstrak

Dinamika vorteks akibat pengaruh defek pada superkonduktor murni berukuran $50\xi_0 \times 50 \xi_0$ telah berhasil disimulasikan menggunakan persamaan *Time Dependent* Ginzburg-Landau (TDGL). Penelitian ini bertujuan untuk mencari keadaan kurva potensial akibat adanya dinamika vorteks. Superkonduktor terbuat dari superkonduktor tipe II dengan $\kappa = 1,3$. Pada bagian atas bahan terdapat 1 defek dan pada bagian bawah bahan terdapat 3 bahan, dengan ukuran yang sama $0,3\xi_0 \times 1\xi_0$. Bahan juga dikenakan rapat arus eksternal $\mathbf{J}_e = J_e \times$ dan diletakkan di dalam medan magnet eksternal H_e . Penelitian ini didasarkan pada penyelesaian numerik dan menggunakan metode beda hingga dengan skema *Forward Time Centere Space* (FTCS). Defek pada bahan memberikan peranan penting bagi vorteks. Vorteks akan lebih mudah masuk dan keluar melalui sisi defek dibandingkan sisi lainnya. Vorteks akan mengalir dari daerah medan magnet tinggi menuju daerah dengan medan magnet yang lebih rendah. Aliran vorteks tersebut melepaskan energi yang dikonversikan dalam bentuk tegangan listrik sepanjang bahan.

Kata Kunci: Defek; Dinamika Vorteks; Persamaan TDGL

1. Pendahuluan

Dinamika vorteks pada superkonduktor tipe II menyebabkan berkurangnya sifat superkonduktivitas suatu bahan superkonduktor. Salah satu yang menyebabkan pergerakan vorteks adalah arus J_e yang dilewatkan pada bahan superkonduktor. Pergerakan vorteks pada superkonduktor memberikan peningkatan medan listrik dan menghasilkan disipasi energi yang menyebabkan adanya resistivitas pada superkonduktor. Dan disipasi energi dilepaskan dalam bentuk potensial V yang mengalir sepanjang bahan [1]

Dinamika vorteks menjadi hal yang menarik perhatian para peneliti belakangan ini, salah satunya ada tentang dinamika vorteks akibat adanya defek pada bahan juga tentang pengaruh defek terhadap potensial V [2]–[6]. Untuk menjelaskan dinamika vorteks adalah dengan menggunakan persamaan TDGL dan modifikasinya [6]–[8]. Kajian ini didasarkan pada penyelesaian dari persamaan TDGL. Dimana cara untuk mendapatkan penyelesaian persamaan tersebut adalah dengan menggunakan metode numerik. Kajian ini bertujuan akan dibahas pengaruh defek pada sisi bahan terhadap pembentukan vorteks dan pengaruhnya terhadap kurva potensial V .

2. Model

2.1 Model TDGL

Persamaan TDGL terdiri atas 2 persamaan yaitu [9]

$$\frac{\hbar^2}{2m_s D} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i \frac{e_s}{\hbar} \phi \right) \Psi = \frac{\hbar^2}{2m_s} \left(\nabla - i \frac{e_s}{\hbar} \mathbf{A} \right)^2 \Psi + |\alpha_s(T)| \Psi - \beta |\Psi|^2 \Psi$$

(1)

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A} - \mu_s \mathbf{H}) = \frac{4\pi\mu_s}{\gamma\psi} (\mathbf{J}_s + \mathbf{J}_n) \quad (2)$$

dimana \hbar adalah konstanta planck, m_s adalah massa efektif pasangan elektron cooper, D adalah konstanta difusi, e_s adalah muatan efektif pasangan cooper, t adalah waktu, ϕ adalah potensial skalar listrik, Ψ adalah fungsi gelombang makroskopik sebagai parameter order, \mathbf{A} adalah potensial vektor magnet, $|\alpha_s(T)|$ dan β adalah koefisien ekspansi Landau, μ_s adalah permeabilitas bahan superkonduktor, \mathbf{H} adalah medan magnet eksternal, \mathbf{J}_s adalah rapat arus super, dan \mathbf{J}_n adalah rapat arus normal.

Persamaan TDGL diatas memiliki persamaan dalam bentuk normalisasi sebagai berikut[9]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + i\phi \right) \Psi = (\nabla - i\mathbf{A})^2 \Psi + (1-T)(1-|\Psi|^2) \Psi \quad (3)$$

$$\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \phi \right) = \mathbf{J}_s - \kappa^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \quad (4)$$

Dengan T adalah suhu, σ adalah konduktivitas normal, dan κ adalah tetapan Ginzburg-Landau

2.2 Syarat Batas

Persamaan TDGL dilengkapi dengan syarat batas untuk order parameter dan potensial vektor magnet \mathbf{A} . dimana syarat batas ini akan bergantung pada sistem. syarat batas bagi \mathbf{A} untuk superkonduktor yang diletakkan didalam vakum dan dikenakan medan eksternal \mathbf{H} adalah [9]

$$\nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \mathbf{H} \text{ pada } \Gamma \quad (5)$$

dimana Γ adalah batas bahan, μ_0 adalah permeabilitas ruang vakum, dan \mathbf{r} menyatakan posisi.

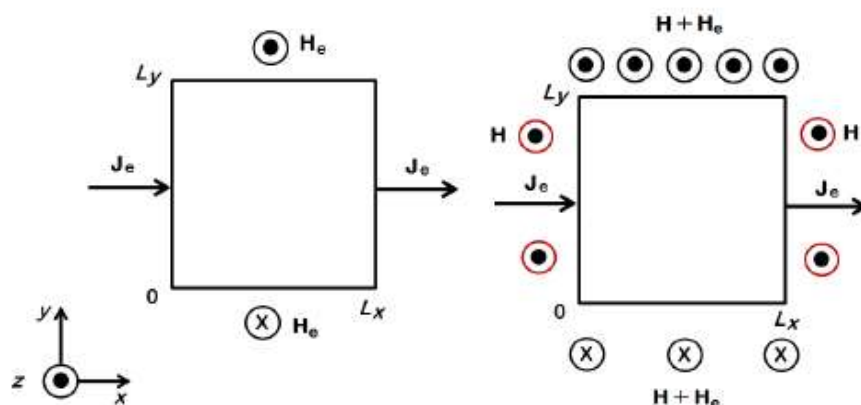
Syarat batas ternormalisasi bagi \mathbf{A} adalah [9]

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{H} \text{ pada } \Gamma \quad (6)$$

Syarat Batas ketika berbatasan dengan vakum adalah [9]

$$(\nabla - i\mathbf{A})_n \Psi = 0 \text{ pada } \Gamma \quad (7)$$

2.3 Implementasi Rapat Arus Eksternal J_e



Gambar 1. Rapat arus eksternal \mathbf{J}_e yang dialirkan dalam superkonduktor tanpa dikenakan (a) dan dikenakan (b) medan magnet eksternal \mathbf{H} [10]

Superkonduktor dua dimensi pada bidang xy yang diletakkan di dalam medan $\mathbf{H} = H_e \hat{k}$ dan dikenakan rapat arus eksternal \mathbf{J}_e memiliki kaitan [11]

$$H_e = \frac{J_e L_y}{2\kappa^2} \quad (8)$$

Dengan \mathbf{J}_e adalah rapat arus eksternal dan L_y menyatakan lebar bahan pada arah y .

Resultan medan di sisi atas, \mathbf{H}_u , dan di sisi bawah, \mathbf{H}_b , menjadi [10]

$$\mathbf{H}_u = \left(\mathbf{H}_e + \frac{J_e L_y}{2\kappa^2} \right) \mathbf{z} \quad (9)$$

$$\mathbf{H}_b = \left(\mathbf{H}_e - \frac{J_e L_y}{2\kappa^2} \right) \mathbf{z} \quad (10)$$

Dari kedua persamaan ini tampak bahwa sisi bawah adalah daerah medan magnet rendah sedangkan sisi atas adalah daerah medan magnet tinggi [10].

2.4 Beda Potensial

Beda potensial di $x = 0$ dan $x = L_x$ dihitung menggunakan kaitan $V = EL_x$, dimana jika ditransformasikan dalam bentuk integral berbentuk [4]

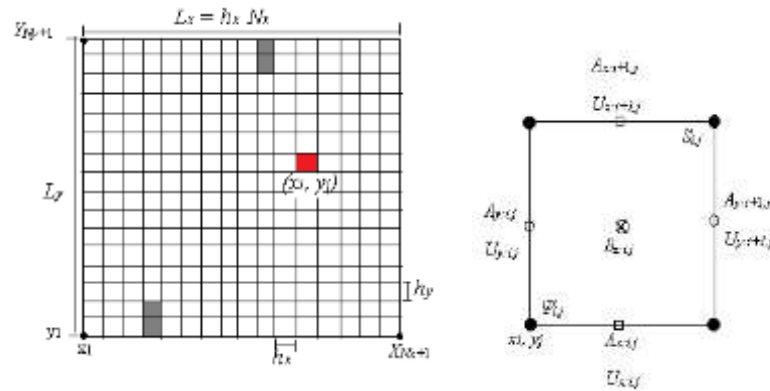
$$V(t) = \int_0^{L_x} \left(\frac{1}{L_y} \int_0^{L_y} \left(-\frac{d\mathbf{A}}{dt} \right) dy \right) dx \quad (11)$$

2.5 Model Sistem

Model sistem yang digunakan sebagai berikut : Sebuah supekonduktor tipe II dengan ukuran $50\xi_0 \times 50\xi_0$ dengan $\kappa = 1.3$ (niobium), $\sigma = 1$ dan $T = 0$ diletakkan didalam vakum dan dikenakan medan magnet eksternal $\mathbf{H}_e = H_e \mathbf{k}$. Ada defek pada bahan pada sisi atas dan sisi bawah dengan ukuran $0.3\xi_0 \times 1\xi_0$, seperti pada gambar 2. Sistem diatur sedemikian rupa untuk membuat vorteks hanya masuk dari sisi defek dan bukan pada sisi lainnya. Sistem juga dibuat agar hanya satu vorteks yang masuk pada t yang sama. Hal ini menunjukkan bahwa defek pada bahan memberikan gaya tarik yang menyebabkan vorteks lebih masuk ke dalam bahan melalui defek daripada sisi lainnya. Rapat arus eksternal $\mathbf{J}_e = J_e \mathbf{i}$ dilewatkan pada bahan yang menyebabkan adanya perbedaan medan magnet eksternal pada bagian atas dan bawah bahan.

3. Metode Penelitian

Tinjau sistem dari superkonduktor tipe II dengan ukuran grid komputasi $N_x \times N_y = 250 \times 250$ dimana ukuran grid selnya adalah $h_x \times h_y = 0.2\xi_0 \times 0.2\xi_0$. rapat arus eksternal konstan $J_e = 0.014$ dialiri pada bahan dan bahan dikenakan medan magnet eksternal $H_e = 0,44$. Grid komputasi dari sistem fisis tersebut diperoleh dengan cara membagi sisi L_x menjadi N_x bagian dengan lebar setiap bagian adalah $h_x = L_x/N_x$. Hal ini juga dilakukan terhadap sisi L_y yang menghasilkan N_y dengan lebar setiap bagian $h_y = L_y/N_y$. Pembagian semacam ini menghasilkan grid komputasi yang uniform seperti ditunjukkan pada Gambar 2. Sekarang, variabel bebas x dan y yang awalnya kontinue, yaitu $0 \leq x \leq L_x$ dan $0 \leq y \leq L_y$, berubah menjadi diskrit, yaitu $x_i = (i-1)h_x$ untuk $i = 1, \dots, N_x + 1$ dan $y_j = (j-1)h_y$ untuk $j = 1, \dots, N_y + 1$ [1].


Gambar 2. Grid Komputasi

Persamaan TDGL (3) dan (4) diselesaikan secara numerik dengan menggunakan metode *finite difference* (beda hingga) dengan skema *Forward Time Centered Space* (FTCS). Metode ini telah banyak digunakan oleh para peneliti untuk mempelajari sifat dinamika vorteks dalam superkonduktor tipe II mesoskopik. Untuk menjaga invariansi tera persamaan TDGL dibawah diskritisasi, digunakan link variable (variabel penghubung) yang berbentuk [8]

$$U_x(x, y, t) = \exp(-i \int_{x_0}^x A_x(x', y, t) dx') \quad (12)$$

$$U_y(x, y, t) = \exp(-i \int_{y_0}^y A_y(x, y', t) dy') \quad (13)$$

Dan bentuk diskrit persamaan (11) dan (12) adalah

$$U_{xi,j} = \exp(-ih_x A_{xi,j}) \quad (14)$$

$$U_{yi,j} = \exp(-ih_y A_{yi,j}) \quad (15)$$

Bentuk diskrit persamaan (3) dan (4) adalah $\Psi_{i,j}^{n+1} = \Psi_{i,j}^n + \Delta t \left(\frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial t} \right)^n + O(\Delta t^2)$ untuk $i = 2, \dots, N_x$, $j = 2, \dots, N_y$; $A_{xi,j}^{n+1} = A_{xi,j}^n + \Delta t \left(\frac{\partial A_{xi,j}}{\partial t} \right)^n + O(\Delta t^2)$ untuk $i = 1, \dots, N_x$, $j = 2, \dots, N_y$; dan

$A_{yi,j}^{n+1} = A_{yi,j}^n + \Delta t \left(\frac{\partial A_{yi,j}}{\partial t} \right)^n + O(\Delta t^2)$ dan $i = 2, \dots, N_x$, $j = 1, \dots, N_y$, dimana [1] :

$$\frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial t} = \frac{U_{xi-1,j}^* \Psi_{i-1,j} - 2\Psi_{i,j} + U_{xi,j} \Psi_{i+1,j}}{h_x^2} \Big|_{i,j} + \frac{U_{yi,j-1}^* \Psi_{i,j-1} - 2\Psi_{i,j} + U_{yi,j} \Psi_{i,j+1}}{h_y^2} \Big|_{i,j} + (1-T) \left(1 - |\Psi_{i,j}|^2 \right) \Psi_{i,j} \quad (16)$$

$$\sigma \frac{\partial A_{xi,j}}{\partial t} = \frac{\Im(U_{xi,j} \Psi_{i,j}^* \Psi_{i+1,j})}{h_x} - \kappa^2 \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial A_y}{\partial y} \Big|_{(i,j)} - \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} \Big|_{(i,j)} \right) \quad (17)$$

$$\sigma \frac{\partial A_{yi,j}}{\partial t} = \frac{\Im(U_{yi,j} \Psi_{i,j}^* \Psi_{i,j+1})}{h_y} - \kappa^2 \left(\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial A_x}{\partial x} \Big|_{(i,j)} - \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} \Big|_{(i,j)} \right) \quad (18)$$

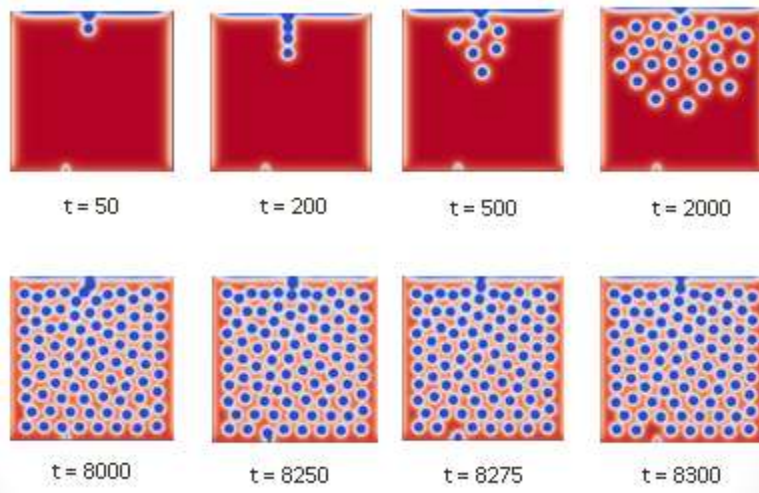
Bentuk diskrit persamaan (11) adalah [1]

$$V = \frac{L_x}{N_x N_y} \sum_{j=1+a}^{N_y-a} \sum_{i=1+a}^{N_x-a} \frac{1}{3} \left\{ \begin{aligned} & \sqrt{\left(\frac{d\mathbf{A}_{x;i,j}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\mathbf{A}_{y;i,j}}{dt}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{d\mathbf{A}_{x;i,j+1}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\mathbf{A}_{y;i,j}}{dt}\right)^2} \\ & + \sqrt{\left(\frac{d\mathbf{A}_{x;i,j}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\mathbf{A}_{y;i+1,j}}{dt}\right)^2} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

4. Hasil dan Pembahasan

4.1 Dinamika Vorteks

Penembusan vorteks pada superkonduktor ditunjukkan oleh Gambar 3. pada $t = 50$, terlihat bahwa vorteks tunggal berhasil menembus bahan melalui sisi atas bahan superkonduktor (arah+y). Jika medan magnet eksternal $\mathbf{H}_e = 0,44\mathbf{k}$ dikenakan pada bahan tersebut, medan magnet induksi \mathbf{h} berusaha menembus kedalam bahan karena ada vektor potensial magnet \mathbf{A} yang berlawanan arah dengan jarum jam pada bidang xy , $\mathbf{h} = \nabla \times \mathbf{A}$. Selain dari medan \mathbf{H}_e , medan magnet induksi \mathbf{h} ini juga dihasilkan oleh rapat arus total $\mathbf{J} = \kappa^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}$ yang merupakan resultan dari rapat arus super $\mathbf{J}_s = (\nabla \theta - \mathbf{A})|\Psi|^2$ dan rapat arus normal $\mathbf{J}_n = \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{A}$ sebagai hasil respon dari bahan untuk menolak medan \mathbf{H}_e yang dikenakan padanya. Superkonduktor merespon keadaan tersebut dengan cara mengatur Ψ dan medan vektor potensial magnet \mathbf{A} secara berkesinambungan [12]. Pengaturan kedua kuantitas ini mengikuti penyelesaian persamaan TDGL yaitu persamaan (3) dan persamaan (4). Pengaturan kedua kuantitas ini bertujuan untuk mengatur \mathbf{J}_n dan \mathbf{J}_s agar medan \mathbf{h} tidak kedalam bahan dengan energi sekecil mungkin.



Gambar 3. Dinamika Vorteks

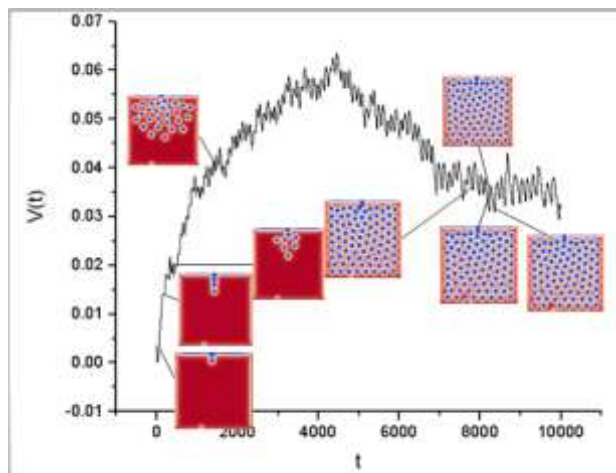
Rapat arus eksternal $\mathbf{J}_e = 0,013 \mathbf{i}$ di aliri pada bahan dengan cara induksi medan magnet eksternal. Rapat arus eksternal \mathbf{J}_e menyebabkan kerapatan gaya \mathbf{F} bekerja pada vorteks. Ketika \mathbf{J}_e dilewatkan pada bahan, persamaan $\kappa^2 \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_e$ memberikan [10], [12]

$$\kappa^2 \frac{\partial h_z}{\partial y} = \mathbf{J}_e \quad (20)$$

Vorteks akan terus bergerak dari kiri ke arah kanan dengan kecepatan $v = E/B$ dengan B adalah medan magnet lokal dan E adalah medan listrik konstan diseluruh bahan [6], [10]. Di $t = 200$ sampai $t = 2000$ menunjukkan dinamika vorteks pada bahan superkonduktor. Awalnya vorteks akan bergerak lurus, kemudian pada t tertentu pergerakan vorteks tidak

lurus lagi. Hal ini disebabkan karena vorteks akan menuju ke area dengan medan magnet yang lebih rendah. Pada bahan superkonduktor ini kerapatan vorteksnya berkurang secara linier dari atas ke bawah yaitu bergerak dari daerah tekanan magnet tinggi menuju tekanan magnet rendah. Kemudian pada $t = 8000$ adalah saat vorteks-vorteks berhasil memenuhi bahan superkonduktor. Dan pada $t = 8250$ sampai $t = 8300$ adalah saat vorteks berhasil keluar hanya melalui sisi defek.

4.2 Kurva Potensial



Gambar 4. Kurva Potensial

Gambar 4 menunjukkan kurva potensial terhadap waktu dari dinamika vorteks akibat pengaruh defek pada sisi bahan. Pulsa-pulsa kecil menunjukkan saat vorteks masuk ke dalam bahan. Kenaikan nilai potensial ini disebabkan oleh semakin banyaknya vorteks yang masuk ke dalam bahan. Pulsa tertinggi pada kurva potensial menunjukkan saat bahan telah dipenuhi vorteks-vorteks. Kemudian, kurva potensial ini akan menurun. Penurunan nilai potensial pada kurva diakibatkan oleh bahan yang penuh dengan vorteks dan menghambat vorteks lain untuk masuk ke dalam bahan. Penuhnya vorteks dalam bahan ini juga menyebabkan berkurangnya kecepatan gerak vorteks hingga nilai potensialnya akan semakin menurun.

5. Kesimpulan

Dinamika vorteks akibat pengaruh defek pada superkonduktor murni berukuran $50\xi_0 \times 50 \xi_0$ telah berhasil disimulasikan menggunakan persamaan TDGL. Vorteks akan lebih mudah masuk dan keluar melalui sisi defek dibandingkan sisi lainnya. Vorteks akan mengalir dari daerah medan magnet tinggi menuju daerah dengan medan magnet yang lebih rendah. Aliran vorteks tersebut melepaskan energi yang dikonversikan dalam bentuk tegangan listrik sepanjang bahan.

Daftar Rujukan

- [1] H. Wisodo, P. Nurwantoro, A. Bambang, and S. Utomo, "Voltage Curve for Annihilation Dynamics of A Vortex-Antivortex Pair in Mesoscopic Superconductor," vol. 3, no. 9, pp. 140–147, 2013.
- [2] J. Barba-Ortega, A. Becerra, and J. D. González, "Effect of an columnar defect on vortex configuration in a superconducting mesoscopic sample," *Brazilian J. Phys.*, vol. 39, no. 4, pp. 673–676, 2009.
- [3] M. Doria and G. Zebende, "Multiple trapping of vortex lines by a regular array of



- pinning centers," *Phys. Rev. B*, vol. 66, no. 6, p. 64519, 2002.
- [4] M. Machida and H. Kaburaki, "Numerical simulation of flux-pinning dynamics for a defect in a type-II superconductor," *Phys. Rev. B*, vol. 50, 1994.
- [5] D. Y. Vodolazov, "Effect of surface defects on the first field for vortex entry in type-II superconductors," *Phys. Rev. B - Condens. Matter Mater. Phys.*, vol. 62, no. 13, pp. 8691–8694, 2000.
- [6] T. Winiecki and C. Adams, "Time-dependent Ginzburg-Landau simulations of the voltage-current characteristic of type-II superconductors with pinning," *Phys. Rev. B*, vol. 65, no. 10, pp. 1–5, 2002.
- [7] J. Chapman, Q. Du, and M. A. X. D. Gunzburger, "A GINZBURG-LANDAU TYPE MODEL OF SUPERCONDUCTING / NORMAL JUNCTIONS INCLUDING JOSEPHSON JUNCTIONS," vol. 114, pp. 24–29, 1995.
- [8] W. D. Gropp, H. G. Kaper, G. K. Leaf, D. M. Levine, M. Palumbo, and V. M. Vinokur, "Numerical simulation of vortex dynamics in type-ii superconductors," *J. Comput. Phys.*, vol. 123, no. 2, pp. 254–266, 1996.
- [9] H. Wisodo, P. Nurwantoro, A. Bambang, and S. Utomo, "Normalisasi Persamaan Tdgl Sebagai Parameter Dan Fungsi Temperatur," pp. 1–11, 2010.
- [10] H. Wisodo, P. Nurwantoro, and B. A. S. Utomo, "Pengaruh rapat arus eksternal terhadap gerakan vortex tunggal dalam superkonduktor tipe ii," *Simp. Fis. Nas. 23*, 2010.
- [11] M. Machida and H. Kaburaki, "Direct simulation of the time-dependent Ginzburg-Landau equation for type-II superconducting thin film: Vortex dynamics and V - I characteristics," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 71, no. 19, pp. 3206–3209, 1993.
- [12] H. Wisodo, "Kajian Model Ginzburg-Landau pada Superkonduktor Mesoskopik dan Potensi Aplikasinya pada SQUID," *Disertasi*, 2014.