

Pendekatan Model *Mean-Variance* Markowitz dan Optimisasi Nonlinear Diskrit dalam Pembuatan Portofolio Saham Optimal

Rafi Prayoga Dhenanta^{1*}, Dhiva Rizalul Muttaqin², Gholidho Herda P.³

¹ Institut Teknologi Bandung

² Universitas Airlangga

³ Politeknik Statistika STIS

*rafibinpepe@gmail.com

Abstrak

Dewasa ini, kegiatan jual-beli saham telah merambah ke lapisan masyarakat yang cukup luas. Perkembangan ini diikuti dengan berkembangnya strategi dan metode baik dalam pemilihan saham maupun pembentukan komposisi portofolio saham. Salah satu strategi yang terkenal adalah Model Markowitz beserta turunannya seperti Model Indeks Tunggal. Walaupun, pada kenyataannya, semua prediksi dalam dunia saham merupakan ketidakpastian, model-model di atas mampu mengkuantifikasi ketidakpastian yang muncul sehingga didapat sebuah satuan berbias kecil sebagai tolok ukur pengambilan keputusan investasi. Penelitian ini didasari oleh pandangan bahwa satuan yang dijadikan sebagai tolok ukur tersebut masih kurang optimal karena satuannya berupa persentase modal yang diinvestasikan dalam suatu instrumen investasi, bukan pada berapa banyak instrumen investasi yang harus dimiliki. Bentuk persentase tersebut dianggap kurang sesuai, terlebih dalam dunia saham, karena saham dan modal adalah sesuatu yang diskrit sehingga potensi pergeseran nilai optimum sangat mungkin terjadi. Pada penelitian ini ditawarkan sebuah variasi dari Model *Mean-Variance* Markowitz berupa simplifikasi model menggunakan prinsip statistika yang dikombinasikan dengan optimisasi nonlinear diskrit untuk pembuatan portofolio saham yang optimal. Selain itu, diuji pula implementasi model pada indeks saham *IDX30* menggunakan *library* GEKKO pada Python. Pengujian yang dilakukan berhasil menemukan komposisi portofolio optimal berbentuk diskrit yang sesuai dengan realita pasar dalam tingkat modal dan risiko tertentu.

Kata Kunci: Model Markowitz, optimisasi nonlinear diskrit *Abstract*

Stock transactions have been spreading wide lately. These rapid changes also accompanied by the advancement of strategies and methods on both selecting stocks and making portfolios. One of the famous methods was Markowitz's Model and its derivatives such as Single-Index Model. Although those models could quantify market uncertainty with less biased judgement, those models still couldn't make it through the real-world market since they were on a continuous basis while the market followed the discrete one. Those differences on the basis could potentially lead to some changes on the optimum solution. Since that, this paper offered a new variation of Markowitz's Mean-Variance Model using statistics, combined with non-linear integer programming. The model was tested on the IDX30 stock index using Python's GEKKO assistance. The test was a success since the model was able to produce discrete solutions applicable to the real-world stock market with a certain amount of investment and some risk rates.

Keywords: Markowitz's Model, integer nonlinear programming

PENDAHULUAN

Pesatnya perkembangan teknologi informasi berpengaruh positif terhadap perkembangan transaksi saham. Saat ini, khususnya di Indonesia, transaksi saham hampir dapat dilakukan oleh seluruh kalangan masyarakat yang memenuhi syarat. Proses transaksi juga dapat dikatakan cukup praktis karena dapat dilakukan menggunakan aplikasi-aplikasi transaksi saham yang bahkan dapat diakses melalui *smartphone*. Akibatnya kegiatan transaksi saham yang dulunya hanya dilakukan oleh segelintir orang kini mulai dilakukan oleh masyarakat luas.

Maraknya tren transaksi saham di masyarakat, atau tren investasi secara umum, memicu terjadinya evolusi pada strategi serta metode baik dalam pemilihan saham maupun pembuatan portofolio. Salah satu strategi yang cukup dikenal di dunia investasi adalah strategi yang dirumuskan oleh Harry Markowitz, yaitu strategi diversifikasi investasi (selanjutnya akan disebut diversifikasi saham) dengan memperhitungkan aspek keuntungan dan risiko investasinya berdasarkan mean dan variansi dari data historis pergerakan harga saham. Intisari dari strategi ini kemudian meluas hingga melahirkan banyak variasi baru. Salah satu variasi yang banyak digunakan dalam dunia finansial adalah Model Indeks Tunggal yang dirumuskan oleh William Sharpe.

Baik Model Markowitz maupun Model Indeks Tunggal sejatinya telah berhasil mengkuantifikasi analisis pasar yang sebelumnya berupa penilaian subjektif. Model-model tersebut juga mampu menghasilkan sebuah satuan yang dapat dijadikan tolok ukur dalam pengambilan keputusan investasi. Contohnya adalah hasil dari Model Markowitz yang berupa persentase penyebaran modal (dalam persen) untuk setiap instrumen investasi. Persentase-persentase yang muncul tersebut pada dasarnya adalah komposisi portofolio yang paling optimal menurut *software* dan metode komputasi masing-masing. Komposisi tersebutlah yang nantinya digunakan oleh para investor sebagai panduan dalam mengalokasikan dana mereka.

Permasalahan dari Model Markowitz dan variasinya akan terlihat ketika bekerja di pasar modal yang berada di dunia nyata. Sebagai ilustrasi, misalkan hasil dari metode Markowitz menyarankan investor untuk menginvestasikan 60% dari modal keseluruhannya pada saham X dan sisanya pada saham Y. Namun realitanya, harga 1 lot saham X melebihi 60% dari modal investor tersebut. Masalah lain yang mungkin timbul adalah kemungkinan model ini menyarankan investasi dalam besaran kontinu, yakni 60% dari modal untuk saham Z ternyata setara dengan 7,2333 lot saham Z. Kenyataannya, pembelian saham hanya dapat dilakukan sebanyak bilangan asli.

Kasus-kasus di atas akan sering terjadi ketika membicarakan pasar modal di dunia nyata, terutama pasar saham. Hal tersebut terjadi karena hasil dari Model Markowitz dan turunannya berupa rekomendasi kontinu sementara pasar saham didominasi oleh besaran diskrit. Penyesuaian secara paksa, contohnya 7,2333 disesuaikan menjadi 7, pada hasil kontinu Model Markowitz tentunya tidak disarankan untuk dilakukan karena titik optimum dari solusi keseluruhan sangat mungkin untuk berubah. Akibatnya solusi akhir

yang didapatkan sangat mungkin untuk melenceng dari solusi optimum yang diinginkan. Dari uraian singkat di atas dapat ditarik kesimpulan bahwa strategi pembuatan portofolio berdasarkan Model Markowitz belum dapat diaplikasikan secara luas untuk membuat portofolio yang berkaitan dengan pasar saham.

Berbagai macam pengembangan terhadap model-model di atas tentunya telah dilakukan tetapi pengembangan yang mengarah ke pengaplikasian model di dunia pasar saham dan berujung pada banyaknya satuan saham yang harus dibeli dari masing-masing emiten masih sangat minim. Tujuan akhir dari setiap pemodelan adalah menerapkan model di dunia nyata. Berdasarkan filosofi inilah peneliti menilai bahwa Model Markowitz beserta turunannya belum sampai pada tujuan akhirnya.

Permasalahan-permasalahan di ataslah yang mendorong peneliti untuk membuat variasi baru dari Model Markowitz yang menjawab keterbatasan implementasi model pada pasar saham. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah membuat sebuah model pengoptimalan portofolio yang aplikatif berdasarkan Model Markowitz sebagai basis model dan optimisasi nonlinear diskrit sebagai metode pencarian solusi optimalnya.

Kriteria keberhasilan penelitian ini adalah ketika model yang didapat dapat diaplikasikan di pasar saham dunia nyata dengan keluaran berupa banyaknya saham yang harus dibeli dari setiap emiten sehingga portofolionya optimal. Untuk menilai keberhasilan model yang didapat, model akan diuji pada saham yang masuk dalam indeks *IDX30*.

KAJIAN PUSTAKA

Menurut Haming dan Basalamah (2003), investasi adalah suatu pengeluaran yang ditujukan untuk pembelian aset - aset berharga dengan tujuan memperoleh laba. Kumpulan aset-aset berharga tersebut selanjutnya disebut sebagai portofolio investasi. Agar tujuan investasi tercapai, seorang investor tidak bisa sembarangan dalam menyusun portofolio investasi miliknya. Hal ini kemudian memunculkan urgensi perumusan suatu model seleksi portofolio investasi yang optimal. Portofolio optimal adalah portofolio yang dipilih oleh investor dari sekian banyak pilihan yang ada pada kumpulan portofolio efisien. Kumpulan dari portofolio yang efisien disebut dengan *efficient set* atau *efficient frontier* (Hartono, 2017: 364).

Portofolio efisien adalah portofolio yang baik, tetapi belum terbaik. Portofolio efisien hanya mempunyai salah satu faktor baik, yaitu faktor return ekspektasi dimana dengan memaksimalkan ekspektasi keuntungan dengan tingkat risiko tertentu atau faktor risikonya yang dimana mencari risiko terendah dengan ekspektasi keuntungan tertentu, sementara itu. Portofolio optimal merupakan portofolio dengan kombinasi return ekspektasi dan risiko terbaik (Hartono, 2017: 387).

Menurut KSPM IAIN KUDUS, terdapat beberapa konsep dasar yang erlu diketahui sebagai dasar pembentukan portofolio optimal. “Dalam pembentukan portofolio, investor selalu ingin memaksimalkan *return* harapan dengan tingkat risiko tertentu yang bersedia ditanggungnya, atau mencari portofolio yang menawarkan risiko terendah dengan tingkat

return tertentu. Karakteristik portofolio seperti ini disebut sebagai portofolio yang efisien. Kami dalam kajian ini memilih untuk memaksimalkan keuntungan dengan batasan resiko tertentu.” Penelitian ini sejatinya membuat model portofolio yang efisien dengan tingkat risiko terkecil, atau disebut portofolio optimal, berdasarkan Model *Mean-Variance* Markowitz menggunakan prinsip-prinsip pemodelan dalam matematika.

Berdasarkan KBBI, pemodelan adalah proses perbuatan membuat model. Dalam penelitian ini pemodelan yang dimaksud adalah pemodelan matematika. Menurut Arief (2017, hal. 6), “Model matematika adalah model yang mewakili sebuah sistem nyata secara simbolik matematika, dalam bentuk rumus dan nilai-nilai.” Berdasarkan pada dua pendefinisian di atas, dapat dikatakan bahwa, pemodelan matematika adalah proses, cara, atau perbuatan untuk memodelkan suatu permasalahan yang diwakili dalam bentuk simbolik matematika, dalam bentuk rumus dan nilai-nilai. Agar lebih mudah dipahami, model harus memiliki sifat sederhana namun tetap bisa merepresentasikan masalah yang akan diselesaikan. Pemodelan juga harus memiliki tiga aspek penting seperti elaborasi, sinektik, dan iterasi agar model dapat dikembangkan ke arah yang lebih kompleks dan dapat digunakan berulang kali.

Penelitian ini terfokus dalam mengembangkan sebuah variasi dari Model Markowitz yang bersifat aplikatif. Model Markowitz didasarkan atas pendekatan *mean* dan *variance*, dimana *mean* dijadikan parameter pengukuran tingkat *return* dan *variance* digunakan sebagai parameter pengukuran tingkat risiko. Model ini menekankan pada usaha untuk memaksimalkan ekspektasi *return* (*mean*) dan meminimalkan ketidakpastian/risiko (*variance*) guna memilih dan menyusun portofolio optimal (Bangun dkk, 2012). Model Markowitz memerlukan jumlah parameter yang cukup banyak yang dirumuskan dengan $n+(n-1)/2$, dimana n adalah jumlah sekuritas. Pada tahun 1963, Sharpe mengembangkan model indeks tunggal untuk menyederhanakan perhitungan di model Markowitz dengan menyediakan parameter *input* yang dibutuhkan dalam Model Markowitz. Parameter pada indeks tunggal lebih sedikit daripada Model *Mean-Variance* Markowitz yang dirumuskan dengan $(2n+1)$, dimana n adalah jumlah sekuritas (Wijaya, dalam <https://www.slideshare.net/trisnadi16983/model-indeks-tunggal>).

Namun baik Model Markowitz maupun Model Indeks Tunggal memiliki satu permasalahan, yakni hanya menghasilkan satuan kontinu seperti persentase tertentu. Perlu diingat bahwa harga dan satuan saham bersifat diskrit, artinya banyak saham yang dibeli (dalam lot) dan data harga saham satu dengan yang lain memiliki ruang dan titik yang jelas. Hal ini berkebalikan dengan data kontinu yang jatuh dalam urutan yang berkelanjutan. Perbedaan sifat ini akan memengaruhi solusi portofolio optimal yang telah dihasilkan melalui serangkaian proses optimisasi secara kontinu. Oleh karena itu proses optimisasi secara diskrit sangatlah diperlukan.

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), optimisasi adalah proses, cara, Tindakan untuk membuat suatu system atau rancangan seefektif mungkin. Sehingga optimisasi nonlinear diskrit dapat diartikan sebagai suatu proses untuk mencapai hasil

yang ideal terhadap suatu persamaan nonlinear dengan variabel-variabel yang bersifat diskrit.

Gekko merupakan *optimization suite* dalam Python yang telah mengintegrasikan pemodelan dengan visualisasi solusi secara langsung. Gekko dikhususkan dalam menangani masalah optimisasi dinamis untuk campuran-integer (*mixed-integer*), *nonlinear*, dan persamaan aljabar diferensial. Dengan menggabungkan pendekatan *algebraic modeling languages (AML)* dan paket kontrol yang optimal, Gekko dapat memfasilitasi berbagai hal seperti *nonlinear predictive control (NMPC)*, *real-time optimization (RTO)*, *moving horizon optimization (MHE)*, dan solusi dinamis (Beal, 2018: 1). Dalam penelitian ini, GEKKO digunakan untuk mencari solusi dari permasalahan optimisasi nonlinear diskrit dari variasi Model Markowitz yang telah didapatkan. Adapun solusi yang didapat nantinya dapat dijadikan sebagai referensi dalam pengambilan keputusan investasi.

Menurut Sartini dan Purbawangsa, keputusan investasi merupakan keputusan yang diambil oleh perusahaan untuk membelanjakan modal yang dimiliki untuk membeli aset tertentu dengan harapan mendapatkan keuntungan di masa depan (Nadhiroh, 2013). Keputusan investasi diambil dengan tujuan mendapatkan laba yang besar dengan risiko yang dapat dianalisis sehingga dapat mengoptimalkan nilai perusahaan. Keputusan yang tepat dapat menjadikan surplus perusahaan yang akan berkontribusi pada *cash inflow* perusahaan, kemudian akan diakumulasikan pada peningkatan profit perusahaan (Utami dan Darmayanti, dalam Safitri dan Wahyuati, 2015). Pengambilan keputusan investasi harus didasari oleh *return* dan *risk* yang ada sehingga tidak mengalami defisit investasi.

Menurut Hadijah, ada delapan cara untuk menentukan keputusan investasi, yaitu

1. mengenali jenis investasi,
2. menentukan tujuan dan kebijakannya,
3. menerapkan strategi portofolio investasi,
4. melakukan diversifikasi (pengendalian risiko),
5. menghitung tingkat keuntungan dan risiko,
6. menentukan jangka waktu investasi,
7. mengenali karakter diri sendiri sebagai investor, dan
8. evaluasi kinerja portofolio.

Model yang didapat dari penelitian ini berkaitan erat dengan poin (3), (4), dan (5) dari delapan poin di atas sehingga keberhasilan model ini akan berpengaruh terhadap pengambilan keputusan investasi, terutama berupa suatu strategi jitu dalam memilih saham maupun portofolio investasi.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini terdiri dari dua bagian, yakni bagian pembuatan variasi Model

MeanVariance Markowitz dan bagian pengujian model yang didapat. Metode penelitian yang digunakan pada bagian pertama merupakan metode pemodelan matematika, yakni metode yang merepresentasikan masalah di dunia nyata menjadi masalah dalam dunia matematika yang kemudian dicari solusinya. Berbeda dengan metode penelitian lainnya, seperti penelitian kualitatif maupun kuantitatif, metode ini tidak meneliti suatu objek menggunakan pendekatan tertentu tetapi metode ini membuat suatu pendekatan yang dapat dijadikan standar baru dalam penelitian. Pendekatan yang dibuat dijabarkan secara *rigorous* dan sistematis sehingga pembuatan model dapat diikuti serta dikaji dengan lebih luas ke depannya. Adapun hasil akhir dari metode ini merupakan sebuah model matematika yang merupakan variasi Model Markowitz yang mampu menjawab masalah implementasi model aslinya di dunia nyata.

Metode penelitian yang digunakan di bagian kedua merupakan metode pengujian model yang didapat pada bagian pertama. Metode ini dinamai secara pribadi oleh peneliti sebagai metode semi-kuantitatif karena metode ini hanya terfokus untuk melihat implementasi model di dunia nyata. Penilaian dari objek, atau dalam hal ini model, tidak didasarkan pada statistika seperti *p-value* melainkan hanya didasarkan pada kemampuan model menyelesaikan masalah yang ada di dunia nyata. Adapun kriteria keberhasilan model adalah ketika model mampu menyelesaikan kasus di dunia nyata, yakni mampu menemukan suatu komposisi portofolio yang optimal serta langsung dapat diinterpretasikan oleh khalayak.

Variabel yang digunakan dalam bagian kedua pada dasarnya merupakan variabel yang dihasilkan dari penelitian bagian pertama (rinciannya terletak di bagian Hasil dan Pembahasan). Pengujian model dilakukan pada pasar saham di dunia nyata. Dalam penelitian ini, model diuji pada sampel berupa indeks *IDX30* dengan data historis harian berupa tiga puluh data terakhir (data terakhir adalah data bertanggal 6 Juni) yang diambil ketika pasar ditutup.

Adapun seluruh sampel yang digunakan di penelitian diambil dari situs web *investing.com*, yakni situs web terpercaya yang menampilkan harga saham-saham di seluruh dunia secara *real-time*. Indeks *IDX30* dipilih karena peneliti percaya bahwa *IDX30* adalah sebuah indeks yang sangat diminati oleh para *trader* saham sedangkan besar sampel, yaitu 30, dipilih karena itu merupakan angka statistika yang cukup untuk menyatakan 'sampel besar'. Dari data tersebut dihitung rata-rata dan variansinya menggunakan fungsi *Ms. Excel*. Setelah melalui proses di *Ms. Excel*, data akhir yang didapat diolah menggunakan *library* GEKKO pada Python untuk dicari komposisi portofolio optimal dari indeks *IDX30* berdasarkan modal dan tingkat risiko tertentu.

Dalam penelitian ini dipilih besar modal sebesar Rp 1.000.000,00 dan tingkat risiko tidak lebih dari 5%.

Hasil dan Pembahasan

Bagian pertama dalam penelitian ini adalah perumusan sebuah model matematika yang merupakan variasi dari Model Markowitz yang diharapkan dapat diimplementasikan di dunia nyata. Sebelumnya, perlu diingat bahwa bahwa tujuan utama dari seluruh investasi adalah mendapatkan keuntungan sebesar-besarnya. Tujuan tersebut dapat direalisasikan melalui pembuatan portofolio yang optimal. Menurut Markowitz, terdapat dua metode yang dapat diimplementasikan untuk mendapatkan portofolio yang optimal. Metode pertama adalah dengan memaksimalkan keuntungan pada tingkat risiko tertentu. Sedangkan metode lainnya adalah meminimalkan risiko pada tingkat pendapatan tertentu.

Pada penelitian ini, peneliti menggunakan metode pertama yaitu memaksimalkan keuntungan pada tingkat risiko tertentu. Alasan pemilihan ini hanyalah alasan subjektif, yakni peneliti merasa lebih nyaman ketika menetapkan profil risiko di awal dibandingkan dengan menetapkan target keuntungan di awal. Selain itu, perbedaan dari kedua metode juga tidak signifikan karena penelitian ini menggunakan optimisasi sehingga salah satu metode dapat dimasukkan sebagai fungsi kendala metode lainnya. Sebagai ilustrasi, tingkat pendapatan minimal yang diharapkan dapat dimasukkan sebagai kendala ketika metode pertama digunakan.

Menurut Model Markowitz, tingkat keuntungan dirumuskan menggunakan *expected return*, yaitu *weighted average* yang dihitung dari data historis. Adapun rumus menghitung *expected return* adalah,

$$\mathbf{r} = \sum (r_i \times Pr_i), \text{ dengan}$$

\mathbf{r} : *expected return*, r_i : tingkat *return* pada data/observasi

ke-i, dan

Pr_i : probabilitas terjadinya tingkat *return* r_i .

Tingkat *return* pada observasi ke-i (r_i) sejatinya adalah persentase perubahan harga saham pada suatu waktu relative terhadap harga saham di waktu sebelumnya.

Adapun tingkat risiko dihitung menggunakan standar deviasi berbobot dari data historis masing-masing instrumen investasi. Untuk mempermudah, digunakan pendekatan variansi yang menyatakan volatilitas pasar. Adapun persamaannya,

$$\sigma^2 = \sum [(r_i - \mathbf{r})^2 \times Pr_i], \text{ dengan}$$

σ^2 : variansi atau volatilitas sebuah instrumen investasi di pasar, σ : tingkat risiko sebuah instrumen investasi, dan variabel lainnya mengikuti pendefinisian dalam persamaan *expected return*.

Dalam penelitian ini digunakan beberapa asumsi lain untuk menyederhanakan permasalahan. Karena penelitian ini hanya sebatas menguji keberadaan variasi Model Markowitz yang dapat diimplementasikan di pasar saham secara luas dan bukan untuk membuat model yang akurat, maka pengujian asumsi tidak perlu dilakukan. Penilaian kualitas model serta peningkatannya berada di luar cakupan penelitian ini.

Berikut adalah beberapa asumsi yang digunakan dalam penelitian ini,

1. pendapatan dan kerugian investor hanya bergantung pada pergerakan harga saham (pendapatan dari dividen tidak masuk ke dalam perhitungan),
2. seluruh transaksi yang dilakukan tidak dikenai pajak dan potongan lainnya,
3. data historis bersifat *independent and identically distributed*,
4. data historis mengikuti distribusi seragam dengan nilai ekspektasi dan variansinya masing-masing mengikuti *expected return* dan tingkat risiko sampel, dan
5. mengikuti asumsi Model *Mean-Variance* Markowitz lainnya.

Karena data historis diasumsikan berdistribusi seragam, *expected return*, tingkat risiko, dan volatilitas cukup dihitung menggunakan rata-rata, standar deviasi, dan variansi dari data tersebut.

Berdasarkan asumsi (4), persamaan *expected return* untuk keseluruhan investasi adalah,

$$u = \sum r_j, \text{ dengan}$$

u : *expected return* seluruh investasi, dan r_j

: *expected return* instrumen investasi ke-j.

Karena asumsi (1) dan (2) serta fakta bahwa besarnya *expected return* dipengaruhi oleh banyaknya saham yang dibeli dan harga saham, persamaan u diubah menjadi sebuah fungsi, misalkan f , dengan pendefinisian,

$$f(\mathbf{x}) = \sum (100 \times p_i \times x_i \times r_i), \text{ dengan}$$

$f(\mathbf{x})$: *expected return* keseluruhan investasi atau *expected return* portofolio saham,

p_i : harga satu lembar instrumen investasi atau saham ke-i (rupiah), x_i :

banyak saham ke- i yang dibeli (lot), dan r_i : *expected return* instrumen investasi

atau saham ke- i .

Sementara itu dari asumsi (3) dan (4) serta fakta bahwa variansi dan risiko juga dipengaruhi oleh harga suatu saham di pasar dan banyaknya saham yang dibeli didapat sebuah fungsi yang berkaitan dengan tingkat risiko dari keseluruhan investasi atau tingkat risiko portofolio, misalkan g , yaitu,

$$g(\mathbf{x}) = \sum (100^2 \times p_i^2 \times x_i^2 \times \sigma_i^2), \text{ dengan}$$

$g(\mathbf{x})$: kuadrat dari tingkat risiko dari portofolio saham, p_i :

harga satu lembar instrumen investasi atau saham ke- i (rupiah), x_i

: banyak saham ke- i yang dibeli (lot), dan σ_i^2 : variansi atau tingkat

volatilitas saham ke- i .

Berdasarkan tujuan awal dari pemodelan, semua fungsi dan persamaan yang telah didapat dibentuk menjadi masalah optimisasi nonlinear diskrit dengan tujuan untuk mencari kombinasi dari banyaknya saham yang harus dibeli (dalam lot), dalam hal ini dinyatakan sebagai vector \mathbf{x} , dari setiap emiten sehingga dihasilkan *expected return* terbesar dalam tingkat risiko tertentu.

Didapat model akhir, Maksimalkan,

$$f(\mathbf{x}) = \sum (100 \times p_i \times x_i \times r_i),$$

dengan kendala,

I. risiko,

$$\sum (100^2 \times p_i^2 \times x_i^2 \times \sigma_i^2) \leq (r \times m)^2,$$

II. modal,

$$100 \times \sum (x_i \times p_i) \leq m, \text{ dan}$$

III. untuk setiap i berlaku x_i adalah anggota bilangan cacah (kendala

diskrit). Berikut deskripsi fungsi dan variabel pada model di atas, $f(\mathbf{x})$:

expected return portofolio saham, p_i : harga satu lembar saham ke-i

(rupiah), x_i : banyak saham ke-i yang dibeli (lot), r_i : *expected return* saham ke-i.

σ_i^2 : variansi atau tingkat volatilitas saham ke-i, r

: tingkat risiko yang ditanggung (persen), dan m : modal

investasi.

Model di atas merupakan hasil akhir dari penelitian bagian pertama. Selanjutnya model tersebut diimplementasikan di dunia nyata pada sampel yang telah dipilih (lihat Metode Penelitian). Model diimplementasikan dengan bantuan bahasa pemrograman Python dan *library* GEKKO. Sebagai catatan, program yang dijalankan merupakan program yang dibuat khusus oleh peneliti untuk penelitian ini sehingga dilakukan beberapa penyesuaian pada instruksi GEKKO. Berikut keluaran dari program yang dijalankan,

```

RESULTS
Modal          : 1000000
Risiko (%)     : 0.5 Risiko_Max
: 5000.0
Return_Expected : 0.0
Risk_Expected  : 0.0
Return/Risk (%) : nan
PriceUp_Prob(%) : nan
=====
RESULTS
Modal          : 1000000 Risiko
(%)           : 1.0
Risiko_Max     : 10000.0
INDF           : 1.0
PGAS           : 1.0
Return_Expected : 3530.44000000000005
Risk_Expected  : 10371.8446587334
Return/Risk (%) : 34.03868951148691
PriceUp_Prob(%) : 67.01934475574346
=====
RESULTS
Modal          : 1000000 Risiko
(%)           : 1.5
Risiko_Max     : 15000.0
PGAS           : 1.0
PTBA           : 1.0
TINS           : 1.0

```

Return_Expected : 5818.981666666667
Risk_Expected : 14909.37244157939
Return/Risk (%) : 39.029018085554284
PriceUp_Prob(%) : 69.51450904277714

=====

RESULTS

Modal : 1000000 Risiko
(%) : 2.0
Risiko_Max : 20000.0
PGAS : 3.0
PTBA : 1.0
Return_Expected : 8739.323333333334
Risk_Expected : 19688.186702548366
Return/Risk (%) : 44.38866547421631
PriceUp_Prob(%) : 72.19433273710816

=====

RESULTS

Modal : 1000000 Risiko
(%) : 2.5
Risiko_Max : 25000.0
PGAS : 3.0
UNVR : 1.0
Return_Expected : 9075.370000000003
Risk_Expected : 21971.973637233317
Return/Risk (%) : 41.304300423067325
PriceUp_Prob(%) : 70.65215021153367

=====

RESULTS

Modal : 1000000 Risiko
(%) : 3.0
Risiko_Max : 30000.0
PGAS : 3.0
UNVR : 1.0
Return_Expected : 9075.370000000003
Risk_Expected : 21971.973637233317
Return/Risk (%) : 41.304300423067325
PriceUp_Prob(%) : 70.65215021153367

=====

RESULTS

Modal : 1000000
Risiko (%) : 3.5000000000000004
Risiko_Max : 35000.0
PGAS : 3.0
UNVR : 1.0
Return_Expected : 9075.370000000003
Risk_Expected : 21971.973637233317

Return/Risk (%) : 41.304300423067325

PriceUp_Prob(%) : 70.65215021153367

=====

RESULTS

Modal : 1000000 Risiko

(%) : 4.0

Risiko_Max : 40000.0

PGAS : 3.0

UNVR : 1.0

Return_Expected : 9075.370000000003 Risk_Expected
: 21971.973637233317

Return/Risk (%) : 41.304300423067325

PriceUp_Prob(%) : 70.65215021153367

=====

RESULTS

Modal : 1000000 Risiko

(%) : 4.5

Risiko_Max : 45000.0 PGAS

: 3.0

UNVR : 1.0

Return_Expected : 9075.370000000003

Risk_Expected : 21971.973637233317

Return/Risk (%) : 41.304300423067325

PriceUp_Prob(%) : 70.65215021153367

=====

RESULTS

Modal : 1000000 Risiko

(%) : 5.0

Risiko_Max : 50000.0

PGAS : 3.0

UNVR : 1.0

Return_Expected : 9075.370000000003 Risk_Expected
: 21971.973637233317

Return/Risk (%) : 41.304300423067325

PriceUp_Prob(%) : 70.65215021153367

Sumber: Analisa (2022)

Dari keluaran di atas dapat dilihat bahwa model sudah dapat diterapkan di dunia nyata dalam berbagai kondisi. Sebagai contoh perhatikan pada tingkat risiko 1% dan 1.5%. Ketika investor memiliki modal sebesar Rp 1.000.000,00 dan ingin berani berisiko sebesar 1%, maka model langsung menyarankan portofolio optimal untuk investor, yaitu 1 lot saham INDF dan 1 lot saham PGAS. Sementara itu jika investor berani meningkatkan risiko hingga 1.5%, portofolio saham yang disarankan terdiri dari masingmasing 1 lot saham PGAS, PTBA, dan TINS.

Dari hasil di atas juga dapat dilihat perbedaan model baru yang didapat dengan model aslinya. Pada model asli, hasil dari komputasi berupa persentase yang belum tentu dapat diimplementasikan di dunia nyata. Sementara itu model baru langsung menyarankan banyak saham yang harus dibeli dari masing-masing emiten sehingga model ini jauh lebih aplikatif di dunia nyata.

Walaupun terdapat beberapa kasus tanpa solusi (contohnya pada risiko 0.5%), peneliti telah membuktikan bahwa terdapat variasi Model *Mean-Variance* Markowitz yang aplikatif di dunia nyata sehingga model ini sejatinya dapat digunakan sebagai salah satu strategi jitu dalam memilih saham maupun membuat portofolio.

Kesimpulan

Dalam penelitian ini dapat disimpulkan bahwa peneliti telah berhasil membuat sebuah model pembuatan portofolio yang aplikatif serta dapat dijadikan sebagai referensi pengambilan keputusan dalam investasi, khususnya dalam investasi saham. Model yang dibuatpun telah dibuktikan mampu mengatasi masalah yang timbul pada Model Markowitz dan turunannya, yaitu masalah hasil yang berupa besaran kontinu yang kurang aplikatif. Dengan keunggulan aplikatifnya, model yang didapat dapat digunakan sebagai referensi dalam pembuatan portofolio oleh para investor yang tertarik.

Model ini tentunya masih memiliki beberapa keterbatasan. Dua keterbatasan terbesar dalam model ini terletak pada kemungkinan solusi yang tidak dapat ditemukan (*infeasible*) menggunakan algoritma yang ada serta permasalahan mengenai asumsi yang membuat permasalahan terlalu sederhana. Penelitian mengenai dua keterbatasan ini perlu dilakukan di masa depan sehingga didapatkan model yang lebih akurat dalam aplikasinya.

Daftar Pustaka

- Arief, Muhammad. (2017). *Pemodelan Matematika*. Yogyakarta: Deepublish.
- Beal, Logan D. R. Et al. (2018). *GEKKO Optimization Suite. Processes*, 6(8), 1.
- Hadijah, Siti. (2021). "Keputusan Investasi: Dasar, Tujuan, dan Cara Pengambilan Keputusan Investasi". <https://www.cermati.com/artikel/keputusan-investasi-dasartujuandan-cara-pengambilan-keputusan-investasi>. (14/06/2022).
- Hartono, Joegianto. (2017). *Teori Portofolio dan Analisis Investasi*. Yogyakarta: BPFE
- "Optimalisasi". KBBI Daring, 2016. Web. 14 Juni 2022
- KSPM IAIN KUDUS. (2021). "Beberapa Konsep Dasar yang Perlu diketahui sebagai Dasar Pembentukan Portofolio Optimal". www.kspmiainkudus.com/2021/06/dasarpembentukan-portofolio-optimal.html. (14/06/2022)

Merdeka, M, M. (2021). “Ketahui Pengertian Data Diskrit dan Perbedaannya dengan Data Kontinyu”. www.greatdayhr.com/id-id/blog/data-diskrit-adalah. (14/06/2022)

Murdifin Haming dan Salim Basalamah. (2003). *Studi Kelayakan Investasi Proyek dan Bisnis*. Jakarta: PPM

Utami, A. P. S. dan N. P. A. Darmayanti. (2018). *Pengaruh Keputusan Investasi, Keputusan Pendanaan dan Kebijakan Dividen Terhadap Nilai Perusahaan Food and Beverages*. E-Jurnal Manajemen Unud, Vol. 7, No. 10.

Wijaya, Trisnadi. (2012). “Model Indeks Tunggal”.
<https://www.slideshare.net/trisnadi16983/model-indeks-tunggal>. (14/06/2022)